CONTINUITÉ GS-CP
RESOLUTION DE PROBLEMES

CIRCONSCRIPTION LILLE 1/LAMBERSART
MERCREDI 18 SEPTEMBRE

Problématique : comment mettre en cohérence les démarches, les supports et les outils pour assurer un enseignement efficace de la résolution de problèmes et permettre aux élèves de progresser?

Plan de la formation :

- Rappel des éléments didactiques présentés et des démarches engagées
- Analyse à priori
- Apports didactiques

Rappel des éléments didactiques et des démarches engagés.

TYPOLOGIE

PROBLEME BASIQUE

PROBLEME COMPLEXE

MÉMOIRE

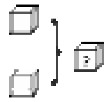
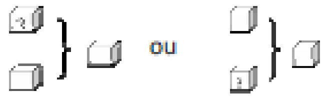
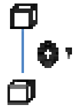
PROCEDURES

PROBLEME A-TYPIQUE

INFERENCES ET CONTRÔLES

VERGNAUD

Typologie des problèmes additifs et soustractifs (classification de Gérard Vergnaud)

				Exemples
Composition de deux états On considère les situations qui portent sur 3 grandeurs où 2 d'entre elles se composent pour donner la 3ème.	**Recherche du composé**		Problèmes ternaires	***A midi, j'ai bu 2 verres d'eau et 1 verre de jus d'orange. Combien de verres ai-je bu en tout ?***
	Recherche d'1 partie			***Dans notre cour, nous avons 5 bancs. Pendant la récréation, 3 bancs sont occupés par des enfants. Combien de bancs sont vides?***
Transformation d'un état Un état initial subit une transformation pour aboutir à un état final.	**Recherche de l'état final**		Problèmes ternaires	***Tu avais 2 petites voitures. Je t'en donne encore une. Combien en as-tu maintenant?***
	Recherche de la transformation			***Pose 5 cubes sur la table. Que dois-tu faire pour en avoir 7?***
	Recherche de l'état initial			***J'ajoute 3 bonbons dans la boîte. Maintenant j'en ai 5. Combien la boîte contenait-elle déjà de bonbons?***
Comparaison d'états **On compare 2 états. Dans ce type de problème, on trouve presque toujours les expressions « de plus/de moins »**	**Recherche de l'un des états**		Problèmes ternaires	***Alexis a 3 ans. Il a 1 an de plus (ou de moins) que sa sœur. Quel est l'âge de sa sœur?***
	Recherche de la comparaison			***Sur une assiette, il y a 2 gâteaux. Sur une autre, il y en a 5. Combien y a-t-il de gâteaux de plus sur la 2ème assiette?***

Typologie des problèmes multiplicatifs et de division (Gérard Vergnaud)

<table>
<tr><td rowspan="2">Problèmes de multiplication</td><td>Configuration rectangulaire</td><td>Ces problèmes mettent en jeu un produit de mesures et sont scolairement identifiés comme supports à la construction du concept de multiplication.</td><td>Problèmes ternaires</td><td>Quel est le nombre de carreaux de chocolat que contient une tablette de 3 sur 4 ?</td></tr>
<tr><td>Multiplication</td><td>Ces problèmes relèvent de l'addition réitérée.
On cherche le nombre total d'éléments</td><td rowspan="3">Problèmes quaternaires</td><td>Il y a 4 élèves. La maitresse distribue 3 jetons à chaque élève. Combien distribue-t-elle de jetons en tout?</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Problèmes de division</td><td>Division quotition</td><td>On calcule le nombre de paquets identiques que l'on peut faire dans une collection en connaissant la valeur d'un paquet.</td><td>La maitresse a 12 jetons. Elle les distribue à un groupe d'élèves. Chaque élève reçoit 3 jetons. Combien y a-t-il d'élèves ?</td></tr>
<tr><td>Division partition</td><td>On calcule la valeur d'un paquet connaissant le nombre de paquets identiques que l'on peut faire dans une collection.</td><td>La maitresse a 12 jetons. Elle les distribue à 4 élèves. Chaque élève a le même nombre de jetons. Combien de jetons a chaque élève ?</td></tr>
</table>

Inférences et contrôles

Pour résoudre un problème, les élèves réalisent des inférences et des contrôles :

- Inférences et contrôles pragmatiques : l'élève fait appel à ses connaissances
- Inférences et contrôles sémantiques : est-on dans une situation de partage ou une situation multiplicative ?
- Contrôle syntaxique : conversion en écriture à trou (pré-algébrique), voire transformation en écriture directe.

Analyse d'une méthode / MHM

Intervention de Deborah Krawczyk : document de l'école Cousteau.

Analyse à priori.

- Consigne de travail :

Au regard des éléments didactiques abordés lors du dernier temps de formation, réaliser une analyse à priori des problèmes suivants (typologie, obstacles et pistes d'étayage et/ou manipulatifs envisagés)

Manipulatifs = Matériel concret utilisé pour l'apprentissage de concepts mathématiques

L’autocar

Mardi matin comme tous les autres matins, j’ai pris l’autocar qui mène les enfants de ma cité à l’école.
Quand on est arrivé, il avait à son bord 23 enfants de la cité « Cité des Fleurs ». Je suis alors monté en même temps que 5 autres enfants.
Le chauffeur a aussitôt refermé la porte et a redémarré.
A l’arrêt de la « Cité des Oiseaux », 12 enfants attendaient et ils sont tous montés. A l’arrêt suivant, en face l’école Paul Langevin, 18 enfants sont descendus et les 8 enfants qui attendaient sont montés. Puis l’autocar est reparti jusqu’à mon école.

Mais au fait, combien sommes-nous dans l’autocar ?

Les essentiels ERMEL CP

Eléments d’analyse	Étayages à envisager et /ou manipulatifs

Apports didactiques et pédagogiques.

Quizz

- A quelles occasions faites-vous manipuler les élèves ?
- Est-ce que manipuler nécessite forcément du matériel ?

Définition de manipuler

- **Action** de manipuler ; **résultat** de cette action
- Exercice scolaire au cours duquel les élèves manipulent
- **Action** de toucher, tenir, transporter **avec les mains**
- **Action** de mettre en œuvre, de manœuvrer, d'utiliser

Situation 1 : le glouton

A deux, avec 20 jetons.

A son tour, chaque joueur peut prendre un ou deux jetons.

Le joueur qui prend le ou les derniers jetons a gagné.

Jouez en binôme

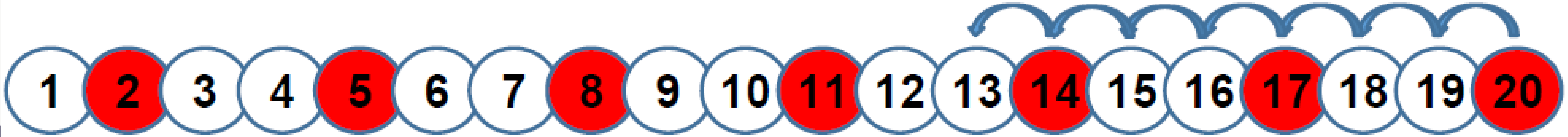
Qui a pensé à chercher une stratégie gagnante ?

Au bout de combien de jeux ?

Apports mathématiques

Raisonnement par chainage arrière

Jeu à stratégie gagnante



Positions gagnantes car elles empêchent l'adversaire de les atteindre

Pour gagner face à un adversaire qui connaît également le jeu, il est donc nécessaire de commencer et de prendre les jetons 2 – 5 – 8 – 11 – 14 – 17 - 20

Apports didactiques

- On peut manipuler sans anticipation, sans être actif cognitivement

- Cette manipulation peut être une étape intermédiaire avant l'anticipation de la recherche d'une stratégie gagnante

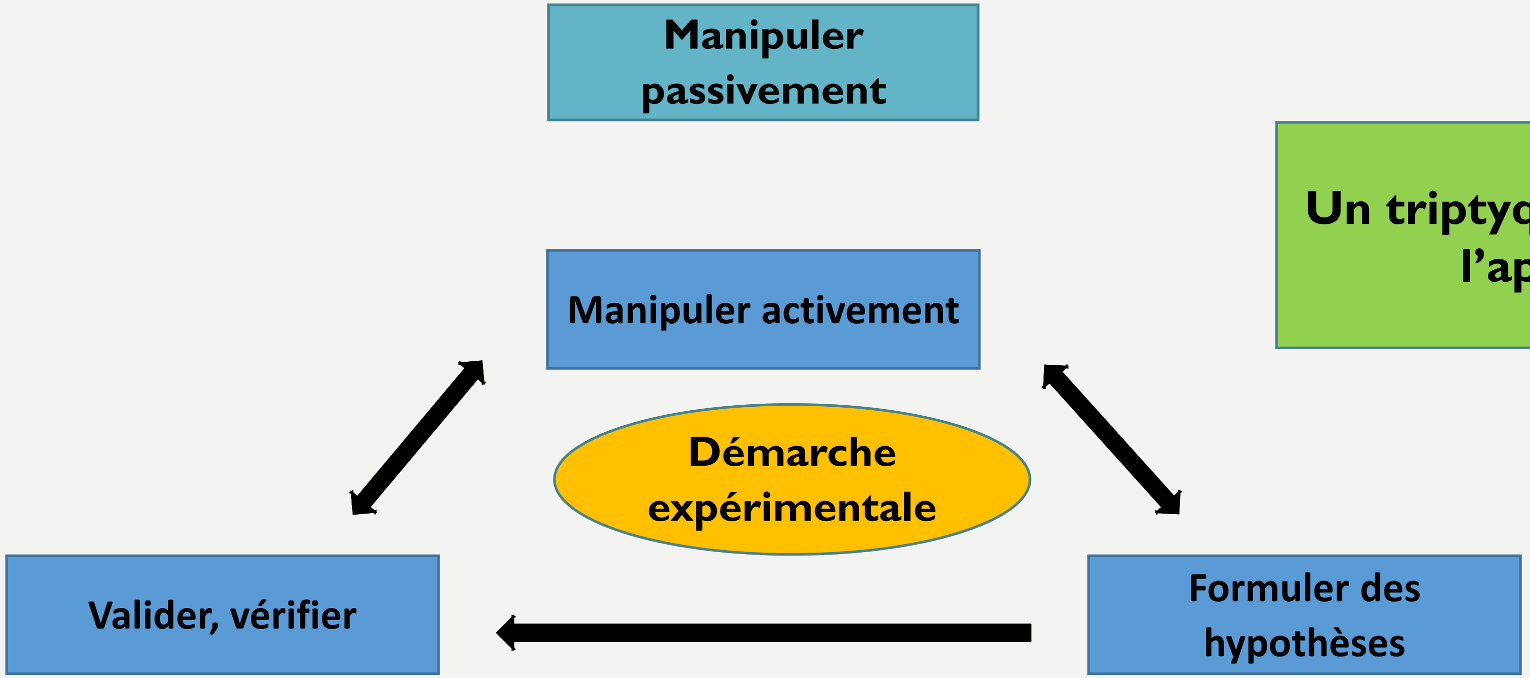
→ Distinguer manipulation passive de la manipulation active

Points de vigilance

- Ne pas enfermer des élèves dans la manipulation
- Le matériel doit changer de statut :

De matériel pour constater, observer, il devient matériel pour valider ce qu’on est capable d’anticiper.

Apports didactiques



Un triptyque nécessaire pour l'apprentissage.

Situation 2 : un peu de géométrie

Un polyèdre est un solide délimité par des faces planes.

Un polyèdre régulier est un polyèdre :

- Convexe
- Dont les faces sont des polygones réguliers tous identiques
- Et tel qu'à tous les sommets corresponde un même nombre de faces

Construire le plus possible de polyèdres réguliers.

Apports mathématiques

Trois axiomes

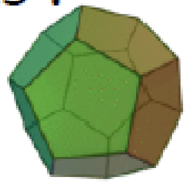
- Au moins trois faces en chaque sommet
- Avec 360° d'angles (digones) en chaque sommet, les angles dièdres sont plats et on ne peut enfermer un volume
- Avec plus de 360° d'angles (digones) en un sommet, on perd la convexité au voisinage de ce sommet

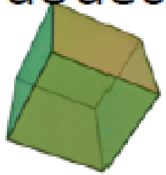
On ne peut pas construire:

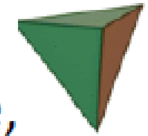
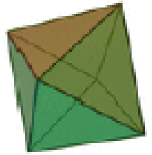
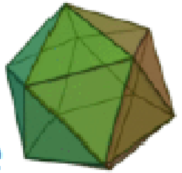
Un polyèdre avec des *hexagones*

Un polyèdre avec des polygones ayant plus que 6 côtés

Les polyèdres réguliers construits :

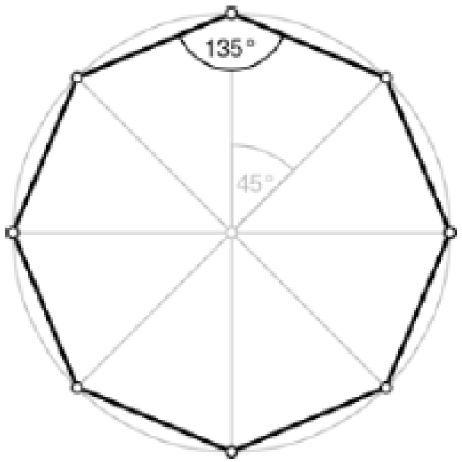
Avec des *pentagones,* le dodécaèdre 

Avec des *carrés,* le cube 

Avec des *triangles*, le tétraèdre,  l'octaèdre  et l'icosaèdre 

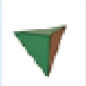
Un polygone régulier est un polygone à la fois équilatéral (tous ses côtés ont la même longueur) et équiangle (tous ses angles ont la même mesure).

L'angle au centre d'un polygone régulier à *n* côtés est de $\frac{360}{n}$ degrés.
L'angle intérieur d'un polygone régulier à *n* côtés est de $180 - \frac{360}{n}$ degrés



- **Formule d’Euler**

Pour chaque polyèdre régulier, calculez la somme du nombre de faces et de sommets. Comparez cette somme au nombre d’arêtes du polyèdre. Que remarquez-vous ?

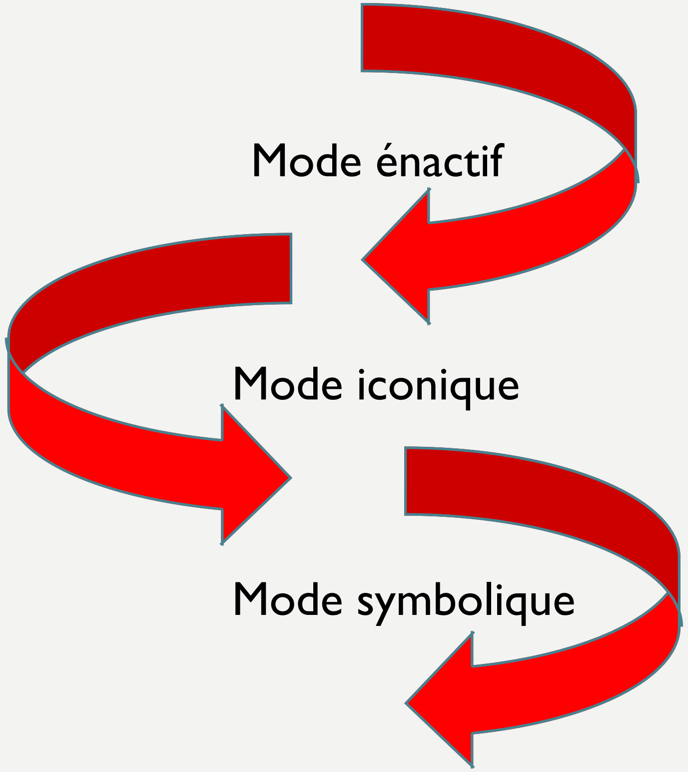
Nom	Face F	Sommet S	Arête A	Représentation
Tétraèdre	4	4	6	
Cube (ou hexaèdre)	6	8	12	
Octaèdre	8	6	12	
Dodécaèdre	12	20	30	
Icosaèdre	20	12	30	

Les nombres de faces F, d’arêtes A et de sommets S d’un polyèdre convexe de l’espace vérifient la relation d’Euler (1707-1783) :

$$F + S = A + 2$$

Apports didactiques

Les trois modes dont nous disposons pour appréhender de l’information



- Le mode énactif : j’agis je perçois, engagement avec le corps
- Le mode iconique : on représente et on se fait une image mentale de l’objet mathématique
- Le mode symbolique : l’abstraction ou le signe n’a pas de lien avec ce qu’on veut représenter.

J. Bruner

Points de vigilance

Nécessité et insuffisance de chaque mode ?

- Le mode énactif est insuffisant : c'est le mode symbolique qui vient apporter l'information que la construction d'un polyèdre avec hexagones est infaisable.

- Le mode symbolique est insuffisant : vous avez besoin de retourner au mode énactif pour valider empiriquement la construction.

  Dans cette situation !

Retour sur la situation du Glouton

Comment modifier la situation du Glouton, pour illustrer l'insuffisance du mode énactif?

A deux joueurs, avec 5929 jetons

Chaque joueur peut prendre à son tour un ou deux jetons.

Le joueur qui prend le ou les derniers jetons a gagné.

Comment trouver une stratégie gagnante ?

Apports mathématiques

Celui qui atteint 5926 est sûr de gagner
Celui qui atteint 5923 est sûr de gagner
…

Pour trouver la stratégie gagnante, on peut utiliser la division euclidienne :

$$5929 = 3 \times 1976 + 1$$

Celui qui dit 1 est sûr de gagner (en connaissant la stratégie)…il faut donc commencer !

Une ressource :
https://www.math.univ-paris-diderot.fr/diffusion/_media/fiches/glouton.pdf