

Défi « Mobiles mathématiques »

Présentation :	3
Contexte.....	3
Matériel	3
Mise en œuvre.....	3
Séance 1 : Construire les règles	4
Pour les élèves	4
Pour l'enseignant.....	4
Séquence 2 : Reprise des éléments de la séquence 1	5
Pour les élèves	5
Pour l'enseignant.....	5
Résultat en fin de séance.....	7
Réinvestir les règles d'équilibre de mobiles à 1 fléau.	8
Réinvestissement.....	8
Résultats de fin de séquence	8
Poser les défis	9

Mise en œuvre.....	9
Difficulté pour les élèves	9
Résultats de fin de séquence.....	9
Compétences mises en œuvre durant la séquence	10
Extensions possibles :	10
Balance romaine	10
Arts plastiques	10
Feuille de relevés : première séance.....	11
Expériences de la Séquence 1	12
Bibliographie	13
Fiche technique	14
Eléments de mise en œuvre	14
Support	14
Exemple de résultat final.....	15
Fixation des objets de masse.....	15
Gabarit de graduation des fléaux	16

Présentation :



Mobile de Calder IV

<http://images.math.cnrs.fr/Mobiles-de-Calder.htm>

Contexte

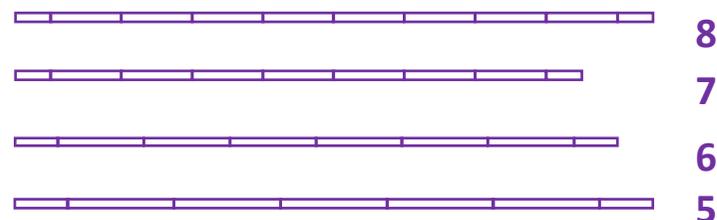
L'artiste contemporain Alexander Calder (1898-1976) est connu mondialement pour ses mobiles de formes très variées.

Dans le domaine de l'écriture, les créateurs de OULIPO¹ stimulent la création une imposant de contraintes parfois de nature mathématiques à l'écriture de texte.

La proposition est de créer des mobiles dont la composition respecte des contraintes et qui pourront ensuite être décorés pour produire des œuvres originales.

Matériel

4 pics à brochettes constitueront les fléaux horizontaux



Les objets à accrocher sont des écrous Les liaisons entre les fléaux - et entre les fléaux et les écrous - sont réalisées en ficelle à rôti et avec des cure-dents.

La fiche technique est en annexe.

Mise en œuvre

La démarche d'investigation consiste à poser le défi et de laisser le temps aux élèves de faire des essais, de d'expérimenter le besoin de règles, de les laisser les élaborer progressivement. L'enseignant accompagne en proposant d'explorer des sous-problèmes plus simples si cela est nécessaire.

Ce document propose une décomposition en séquences qui peut servir de base à l'accompagnement ou être proposée telle qu'elle ou encore adaptée.

¹ https://fr.wikipedia.org/wiki/Liste_des_contraintes_de_l%27Oulipo

Séance 1 : Construire les règles

Pour les élèves

- Elèves par groupes de 3 ou 4 élèves
- Chaque groupe dispose des fléaux gradués à 2, 3, 4 et de 4 objets de masse identiques.
- Objectif : Faire le plus grand nombre possibles de mobiles à un fléau en équilibre.
- Démarche :
 - Pour chaque fléau, le groupe place le point de suspension sur l'une des marques qui ne sont pas à l'extrémité et se fixe un nombre d'objets parmi 2, 3, 4
 - Le groupe cherche à équilibrer le fléau en répartissant le nombre imposé d'objets aux marques d'extrémité.
- Consigne :
 - Noter tous les essais (nombre de segments du fléau, nombre d'objets, répartition des objets) et les résultats obtenus (équilibre ou pas).
 - Répondre aux questions suivantes
 - Pour un fléau chaque fléau, quels sont les nombres d'objet qui permettent de trouver un équilibre
 - Comment il faut placer les objets pour que le fléau soit en équilibre ?
- Rendus :
 - Les observations une affiche pour les mobiles en équilibre, une pour ceux qui ne conduisent pas à l'équilibre.
 - Les réponses aux questions

Pour l'enseignant

Objectif :

Amener les élèves à définir les règles qui permettent de dire que mobile à un fléau sera en équilibre.

Réinvestissement

Condition de fonctionnement d'une balance : le point de suspension est au milieu et les masses doivent être égales pour qu'il y ait équilibre.

Variante possible :

Chaque groupe n'a qu'un fléau de chaque type

- Cela permet de passer moins de temps sur la séquence
- La vision globale ne pourra être abordée que lors de la restitution

Dans ce cas les séquences 1 et 2 peuvent être réalisées ensemble.

Éléments d'éclairage

- La situation d'équilibre correspond à une absence de mouvement. C'est la situation d'un objet posé sur une table.
- Une situation de déséquilibre va conduire à un mouvement qui amène l'objet à un état d'équilibre.

Il est possible de montrer deux exemples

- Fléau à 2 graduations, point de suspension au milieu, 2 masses
 - On retrouve les conditions de la balance : une masse à chaque extrémité
- Fléau à 3 graduations, point de suspension au milieu, 3 masses
 - On met deux masses d'un côté, une de l'autre : On ne peut pas trouver l'équilibre

A l'issue de la démarche d'investigation faire présenter les résultats de chaque groupe.

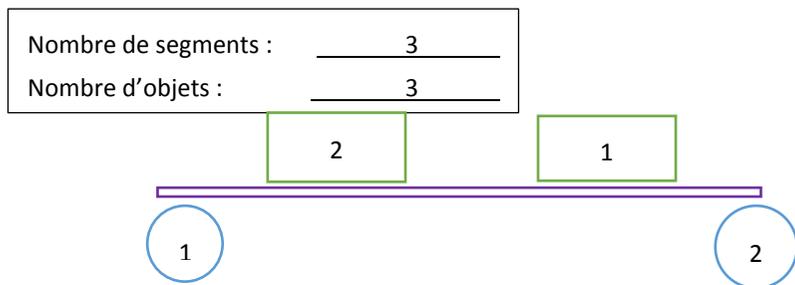
- Les règles peuvent être incomplètes si elles ne couvrent pas tous des cas présentés. Elles seront reprises à la séance 2.
- La présentation des résultats « négatifs » est importante en science, notamment pour tester les règles proposées.

Les différentes expériences sont présentées en page \$\$

Séquence 2 : Reprise des éléments de la séquence 1

Pour les élèves

Placer les résultats sur un schéma



Les schémas qui ne conduisent pas à l'équilibre peuvent être barrés.

Écriture des résultats dans un tableau :

On met dans les tableaux de la feuille de résultat les cas qui ont conduit à une situation d'équilibre.

- Exemple :

Nombre de segments : 3 __ Nombre objets : 3 __	Partie Gauche	Partie Droite
Segments	2	1
Objets	1	2

Pour l'enseignant

Constats en fin de séance 1

Dans les situations d'équilibre le nombre total de segments est souvent égal au nombre d'objets.

Dans de nombreux cas d'équilibre, le nombre d'objets à droite est égal au nombre de segments à gauche ET le nombre d'objets à gauche est égal au nombre de segments à droite.

Cependant, il y a deux exceptions : (2 segments – 4 masses) – (4 segments – 2 masses).

Les constats se remarquent bien dans l'écriture dans un tableau :

Nombre de segments : 3 __ Nombre objets : 3 __	Partie Gauche	Partie Droite
Segments	2	1
Objets	1	2

Expérience complémentaire

En partant de la situation d'équilibre (2 segments – 2 objets) comment passer à la situation (2 segments – 4 objets) ?

En partant de la situation d'équilibre (2 segments – 3 objets) comment ajouter des objets en restant en équilibre ?

Comme on a introduit la multiplication, on peut essayer d'introduire des produits dans les deux tableaux obtenus à partir de l'expérience précédente.

Nombre de segments : 3 __ Nombre objets : 2 _____	Partie Gauche	Partie Droite
Segments	2	1
Objets	1	2
Effets	2	2

Nombre de segments : 3 __ Nombre objets : 6 _____	Partie Gauche	Partie Droite
Segments	2	1
Objets	2	4
Effets	4	4

Ajout d'un objet de chaque côté.

La première réponse peut être « Ajout d'un objet de chaque côté »

Le constat est qu'il faut ajouter les même nombre d'objets qu'il y a en déjà : on multiplie les nombres d'objet de chaque côté par deux. On peut vérifier qu'en multipliant par 3 cela marche aussi.

Le nombre total d'objets est multiplié par deux ou par trois et il y a encore équilibre.

Si on écrit dans la ligne « Effets » le produit du nombre de segments par le nombre d'objets à gauche et à droite, on constate qu'ils sont égaux.

On peut vérifier que cela est le cas pour toutes les situations d'équilibre et que cela n'est pas le cas pour toutes les situations où il n'y a pas équilibre

L'égalité des effets est donc une condition qui permet de prédire qu'il y aura équilibre et qui est vérifiée dans toutes les conditions d'équilibre qui ont été testées.

On peut vérifier que l'égalité des effets en cas d'équilibre généralise les constats que l'on avait faits en fin de séance 1. Elle est vérifiée dans les cas traités et pour les exceptions que l'on avait trouvées.

On peut échanger avec les élèves pour écrire des règles du type

SI *condition* ALORS *résultat*

Résultat en fin de séance

Règle 1 :

- Si il y a équilibre pour un fléau ALORS l'effet des objets de masse situés à gauche est le même que l'effet des objets de masse situés à droite.

Règle 1b :

- Si l'effet des objets de masse situés à gauche est le même que l'effet des objets de masse situés à droite ALORS il y a équilibre pour le fléau.
- L'effet des objets de masse est le produit du nombre d'objets par le nombre de segments qui les séparent du point de suspension.

Règle 2

- Si il y a équilibre pour un fléau ALORS les nombres de masses et de segments sont proportionnels.

Il n'y a pas de règle 2b (la réciproque de la règle 2 est fausse). Si la condition de la règle 1b est remplie (égalité des effets), les nombres de masses et de segments sont proportionnels.

La règle 2 conduit à :

- Si les nombres de masses et de segments ne sont pas proportionnels ALORS il n'y a pas équilibre possible pour le fléau.

Cette formulation permet d'éliminer les solutions impossibles sur la base uniquement des nombres de fléaux et d'objets. Elle est plus simple que la règle 1 mais ne suffit pas à assurer l'équilibre.

Réinvestir les règles d'équilibre de mobiles à 1 fléau.

Mise en œuvre

Elèves par groupes de 3 ou 4 élèves

- Chaque groupe dispose de fléaux gradués à 5, 6, 7, 8 segments et de 8 objets de masse identiques.
- Défis :
 - avec chaque fléau, un élève place le point de suspension sur l'une des marques située en dehors des extrémités, les autres élèves répartissent des objets aux marques d'extrémité pour équilibrer le fléau.
- Consignes :
 - Noter dans quelles conditions on obtient l'équilibre
 - Ecrire comment on a utilisé les règles pour obtenir l'équilibre

Réinvestissement

Règles sur les effets de la séance 2

Résultats de fin de séquence

Vérification de la capacité à mobiliser les règles

Exemple : fléau à 7 segments, point de suspension en position 5

Tableau de départ :

Nombre de segments : 7 __ Nombre objets : _____	Partie Gauche	Partie Droite
Segments	5	2
Objets		
<i>Effets</i>		

La règle 2 impose 7 objets,

La règle 1 sur les effets conduit à la solution suivante :

Nombre de segments : 7 __ Nombre objets : 7 _____	Partie Gauche	Partie Droite
Segments	5	2
Objets	2	5
<i>Effets</i>	10	10

Poser les défis

Elèves par groupes de 3 ou 4 élèves

Par groupe : fléaux de 5, 6, 7, 8 segments, un nombre d'objets de masse fixé

Défis :

- construire le plus de mobiles possibles avec 3 fléaux différents qui utilisent le maximum d'objets de masse fournis.

Mise en œuvre

On peut reproduire le défi avec des nombres d'objets de masse différents.

Introduire des nombres premiers dans les nombres proposés.

Faire constater quand il est possible d'utiliser tous les objets et quand cela n'est pas possible.

Faire noter les cas décompositions impossibles.

Inciter, si ce n'est pas le cas, à l'utilisation des règles pour prédire les résultats : on ne vérifie que les mobiles qui vérifient les règles.

Difficulté pour les élèves

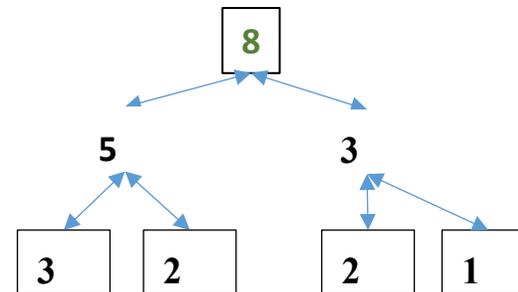
Découvrir la décomposition d'un nombre comme une somme de deux nombres.

Découvrir l'aspect itératif de la décomposition au niveau inférieur.

Résultats de fin de séquence

Les différents mobiles réalisés

On peut proposer une nomination sur la base de la décomposition du nombre de masses :



Exemple mobile(8_/3_2/_/2_1/) voir photo en fin de document

mobile peut être remplacé par le nom choisi par le groupe

Compétences mises en œuvre durant la séquence

- Décomposer les nombres de 1 à 20
- Garder trace des expériences
- Elaborer des règles à partir d'observations issues d'expérience
- Utiliser des règles pour prédire les résultats d'essais futurs
- Mettre en place une stratégie pour résoudre un problème.
 - Décomposer de manière itérative en sous-problèmes

Extensions possibles :

Balance romaine

La mesure du poids peut être obtenue par une mesure de distance.

Arts plastiques

Ajouter des éléments de décoration

Introduire des bras inclinés (voir la référence « Mobiles de Calder » dans la bibliographie).

Prendre en compte la dimension esthétique des solutions

Comparer aux mobiles de Calder

Feuille de relevés : première séance

Nombre de segments : ____ Nombre objets : _____	Partie Gauche	Partie Droite
Segments		
Objets		
Effets		

Equilibre : OUI NON

Nombre de segments : ____ Nombre objets : _____	Partie Gauche	Partie Droite
Segments		
Objets		
Effets		

Equilibre : OUI NON

Nombre de segments : ____ Nombre objets : _____	Partie Gauche	Partie Droite
Segments		
Objets		
Effets		

Equilibre : OUI NON

Nombre de segments : ____ Nombre objets : _____	Partie Gauche	Partie Droite
Segments		
Objets		
Effets		

Equilibre : OUI NON

Expériences de la Séquence 1

Fléau à 2 segments :

- Un seul point de suspension possible (au milieu) :
 - o 2 masses : 1 à chaque extrémité
 - o 3 masses : 1 à droite – 2 à gauche : pas d'équilibre
 - o 4 masses : 2 à chaque extrémité
 - o 4 masses : 3 à gauche, 1 à droite : pas d'équilibre

4 essais

Fléau à 3 segments :

- point de suspension possibles 1 segment de l'extrémité de gauche :
 - o 2 masses : 1 à chaque extrémité : pas d'équilibre
 - o 3 masses : 2 à gauche - 1 à droite : équilibre
 - o 4 masses : 2 à chaque extrémité : pas d'équilibre
 - o 4 masses : 3 à gauche, 1 à droite : pas d'équilibre
- point de suspension possibles 2 segment de l'extrémité de gauche :
 - o symétrique du cas précédent

4 essais

Fléau à 4 segments :

- point de suspension possibles 1 segment de l'extrémité de gauche :
 - o 2 masses : 1 à chaque extrémité : pas d'équilibre
 - o 3 masses : 2 à gauche - 1 à droite : pas d'équilibre
 - o 4 masses : pas d'équilibre
 - o 4 masses : 3 à gauche, 1 à droite : équilibre
- point de suspension possibles 2 segment de l'extrémité de gauche (au milieu):
 - o 2 masses : 1 à chaque extrémité : équilibre (identique au cas à 2 segments)
 - o 4 masses : 2 à chaque extrémité : équilibre

5 essais

Bibliographie

Titre de la ressource : Mobiles de Calder

Auteurs : [Isabelle Cantat](#), [Serge Cantat](#)

Edition : Images des mathématiques

Un développement mathématique progressif sur la base des mobiles de Calder.

<http://images.math.cnrs.fr/Mobiles-de-Calder.html>

Titre de la ressource : Sciences et art en maternelle : le mouvement

Auteurs : Mesdames BERTON, DRION, LUCAS, MAXIMILIEN et MONTAUDOUIN

Edition : Fondation la main à la pâte

Résumé : *Les expériences réalisées par les enfants tout au long de l'année s'articulent autour de trois axes : « Qu'est-ce que cela veut dire, mouvement ? » « Qu'est-ce qui provoque le mouvement ? » et « Ce qui ne bouge pas ».*

Ce projet a permis aux enfants de découvrir par eux-mêmes la complexité du mouvement : ils ont fabriqué des culbutos en abordant la notion d'équilibre, stable et instable; approfondi cette notion en fabriquant des mobiles, objets qui peuvent tourner autour d'un axe.

Ce projet a su combiner investigations, recherche d'images et de documents illustratifs, et jeux corporels.

Visible sur : www.fondation-lamap.org/fr/page/11394/sciences-et-art-en-maternelle-le-mouvement

Titre de la ressource : Construire et équilibrer un mobile

Auteurs : Equipe La main à la pâte

Edition : Fondation la main à la pâte

Résumé : "Leviers et balances, équilibres" : ces trois mots sont quasi indissociables dans les programmes de l'école primaire. Mais quels objectifs, quelles activités induisent-ils ? Au cycle 2, il est question de compréhension des usages d'un levier, d'une manivelle, lors de l'étude d'objets. Tous ces objets présentent une rotation autour d'un axe. La

construction de mobiles amène les enfants à résoudre des problèmes qui leur permettront, au cycle 3, de comprendre que la rotation d'un objet est liée à la valeur de la force qui lui est appliquée et de la distance de celle-ci à l'axe de rotation. Ce dossier, publié dans la revue LA CLASSE, propose des activités qui permettent d'aborder puis d'ancrer ces connaissances, activités à répartir tout au long de la scolarité élémentaire.

Visible sur : <http://www.fondation-lamap.org/fr/page/11416/construire-et-equilibrer-un-mobile>



Fiche technique

Éléments de mise en œuvre

Les objets sont des écrous d'environ 5g.

Les fléaux des pics à brochette (environ 30cm)

Les pics sont gradués en segments de même longueur en laissant 1 cm à chaque extrémité

- 5 segments : longueur 5cm
- 6 segments : longueur 4 cm
- 7 segments : longueur 3 cm
- 8 segments : longueur 3 cm

Les liaisons sont réalisées par de la ficelle à rôtir.

Les écrous sont fixés par l'intermédiaire de cure-dents dont l'extrémité aura été coupée au coupe-ongle ou avec une petite pince coupante.

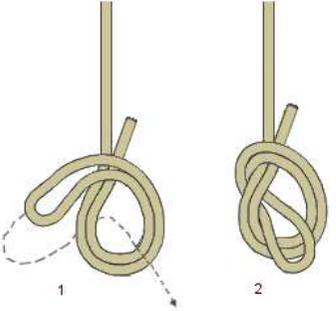
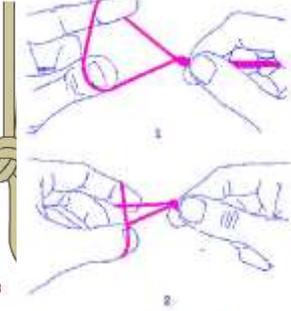
Options

- Les objets de masses peuvent être des pinces à linge, des carrés de carton (fiche sur le site de la fondation), de petits anneaux
- Les graduations peuvent être faites dans des couleurs différentes lorsqu'elles impliquent des multiples (6,8). Cela permet de simplifier l'identification des graduations (2 et 3, 2 et 4) qui peuvent aussi être utilisées.
- On peut prendre de la ficelle plus fine, voire du fil à coudre pour les liaisons. L'esthétique peut être améliorée. L'équilibrage devra être plus précis et les nœuds seront plus délicats à réaliser.

Support

Un pic à brochette piqué dans une bouteille d'un litre et demi en plastique posée sur le bord d'une table.

- Faire deux fentes diamétralement opposées au cutter dans la partie haute de la bouteille
- Remplir d'environ un demi-litre d'eau ou de sable. Les nœuds

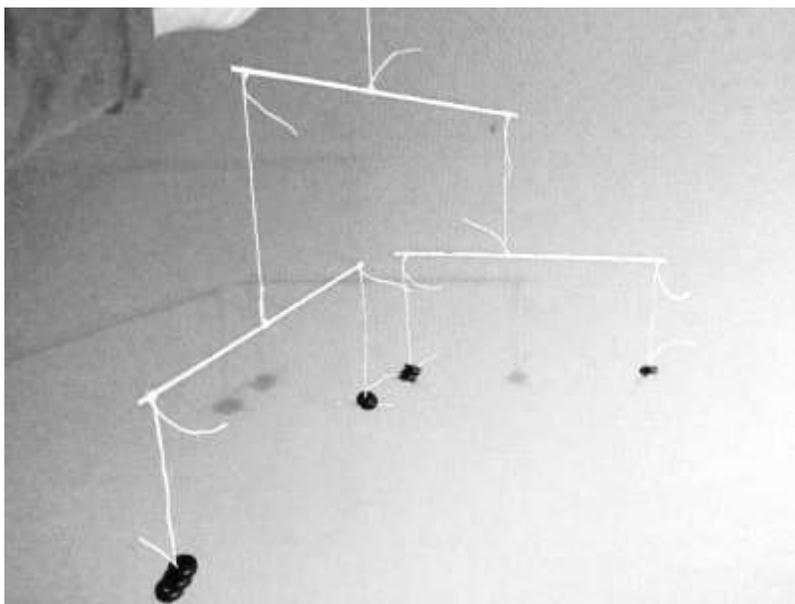
<i>Nœud de « plein poing »</i>	<i>Nœud d'alouette</i>
	
http://www.sisl.ch/ noeuds/pleinpoing.htm	
Usage :	
boucle pour suspendre le mobile au support	
pour faire boucle de départ du nœud d'alouette	http://www.cerfvolantservice.com/content/s/fr/d150.html
	Le fléau ou le cure-dent est passé dans la boucle obtenue en 2 que l'on serre ensuite.
	Usage : Fixation à un fléau ou à un cure-dent support
	On passe l'élément dans les boucles puis on tire les deux brins.
	Le nœud d'alouette peut être réalisé dans la boucle d'un nœud de « plein poing » si elle a été faite assez grande.

Le nœud d'alouette a tendance à se desserrer s'il n'est pas sous tension. Une alternative est le nœud de cabestan.



<http://www.ffme.fr/fiches-ffme-techniques/page/confection-du-noeud-de-cabestan.html>

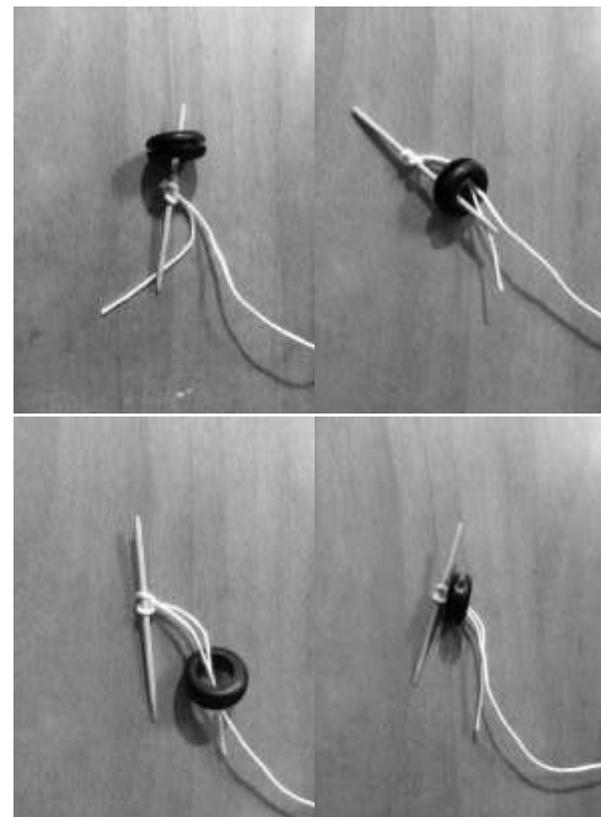
Exemple de résultat final



Mobile (8_3_2/_2_1/)

Fixation des objets de masse

Après avoir fait un nœud d'alouette ou de cabestan sur le cure-dent :



Conseil : tenir ensemble le cure-dent et les brins pendant que le cure-dent est enfilé dans l'objet.

On enlève les objets par l'opération inverse.

Gabarit de graduation des fléaux

