RDP CYCLE 2 TEMPS 3

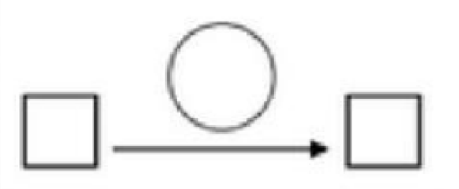
10 AVRIL 2024

- Rappel du temps 1 sur la typologie de problèmes
- Retour sur les expérimentations en classe
- Apports didactiques
- Conséquences pour l’enseignement
- Une proposition d’outil pour réfléchir en équipe

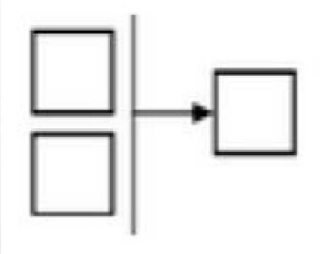
La typologie de Vergnaud

Les problèmes additifs (et soustractifs) :

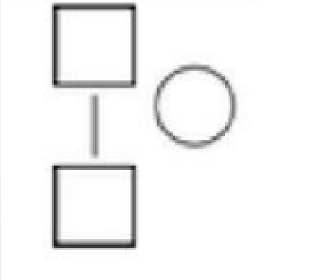
1-Transformation d'état : on recherche soit un état initial, soit un état final, soit la transformation entre l'état final et l'état initial.



2-Composition d'états, appelée aussi partie/tout ; on cherche le résultat de la réunion de deux états, ou celui de la partition en deux d'un état.



3-Comparaison d'états : on cherche la mesure de l'écart entre deux états, ou celle d'un état connaissant l'écart (positif ou négatif) avec un autre. L'inconnue peut être un des deux états, ou la valeur de l'écart.



4-Composition de transformations : cette catégorie regroupe les problèmes évoquant 2 transformations successives, positives ou négatives. On recherche l'une des transformations, ou la transformation résultante (et non pas un des états).

Les problèmes multiplicatifs

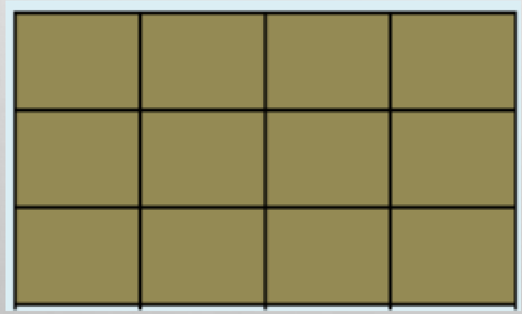
- Problèmes relevant de l'addition réitérée

Combien coûtent 8 chemises à 5€ chacune ?

$$\underbrace{5+5+5+5+5+5+5+5}_{\text{8 fois}} = ?$$

- Problèmes relevant du produit de mesures

Quel nombre de carreaux contient une tablette de chocolat de 3 sur 4 ?

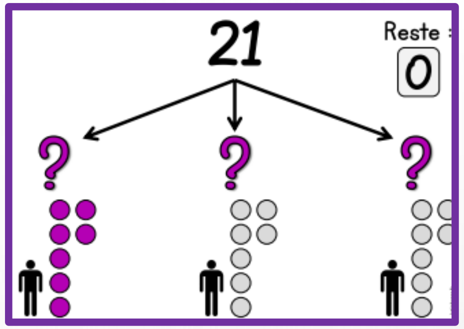


3 x 4 = ?

Les problèmes de division

- **Division partition** : Situation de partage.

On cherche la valeur d'une part.

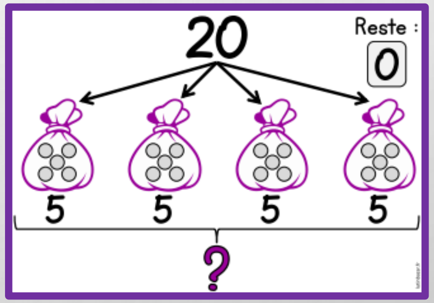


La maîtresse a 12 jetons.
Elle les distribue à 4 élèves.
Chaque élève a le même nombre de jetons.
Combien de jetons a chaque élève ?

Nombre d'élèves	Nombre de jetons
1	?
4	12

- **Division quotition** : Situation de groupement.

On cherche le nombre de parts.

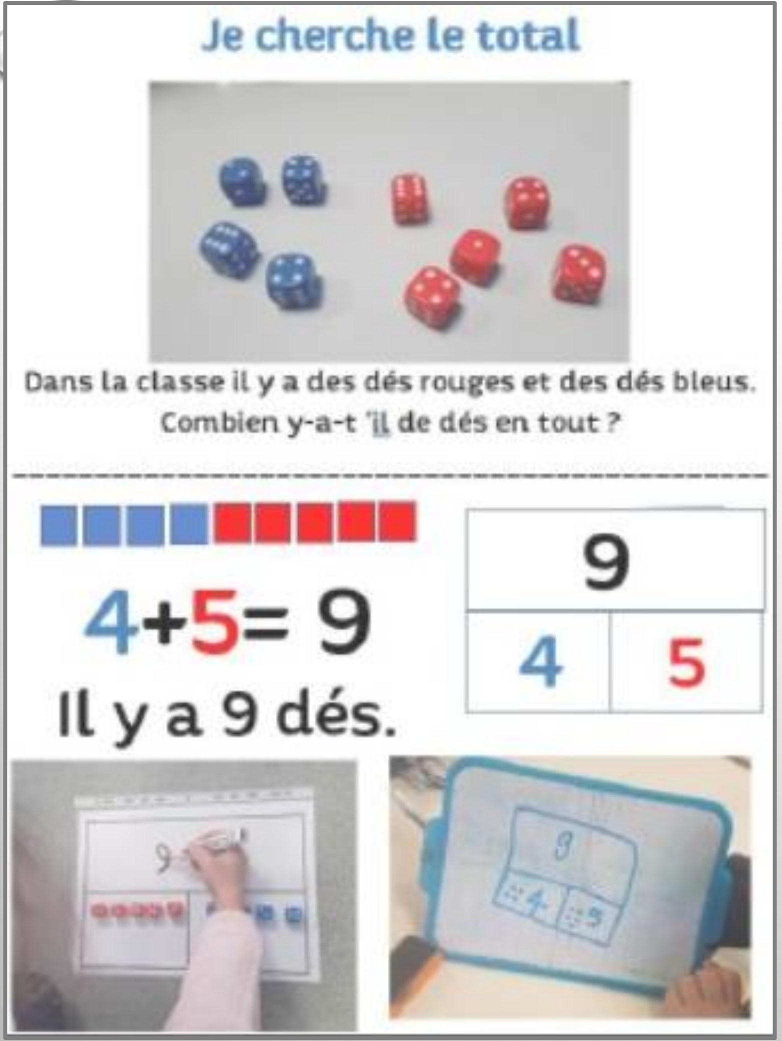


La maîtresse a 12 jetons.
Elle les distribue à un groupe d'élèves.
Chaque élève reçoit 3 jetons.
Combien y a-t-il d'élèves ?

Nombre d'élèves	Nombre de jetons
1	3
?	12

Retour sur les expérimentations en classe

Se mettre d'accord par équipe sur des problèmes de référence pour chaque catégorie de problèmes permet de sécuriser le parcours de l'élève.



- Ainsi, **le problème des dés** sera le problème de référence pour tous les élèves du CP au CE2… voire au CM2 lors de la **recherche d'un tout** dans un problème de PARTIE TOUT.

- Les élèves auront un **répertoire commun** de problèmes auquel ils pourront se référer pour en résoudre de nouveaux, ce qui facilitera également les échanges: « c'est comme… »

- Les procédures de résolutions seront confrontées.

- Le schéma en barre sera construit de manière explicite avec les élèves.

Si ce premier point est primordial pour doter les élèves de stratégies, il n’est cependant pas suffisant…

Apports didactiques

Dans les années 2000, les manuels proposaient aux élèves des tâches préliminaires à la résolution du problème, comme souligner les informations utiles, barrer les informations inutiles, rechercher la bonne opération, trouver la question pour les aider à réussir LES problèmes.

Or les chercheurs ont mis en évidence que:

- prélever les informations utiles (et délaisser les inutiles) se fait au cours du traitement du problème, cela ne peut pas se faire en amont du problème, en particulier si le problème résiste au sujet;
- les informations utiles à la résolution sont souvent constituées de tout le texte du problème. Par exemple dans le problème « Paul a 25 cartes. Il a 7 cartes de plus que Marie. Combien de cartes a Marie ? », ne retenir que les informations 25 cartes, 7 cartes ou 7 cartes de plus ne fait pas avancer vers la réponse.

Apports didactiques

On est alors progressivement passé du ***faire résoudre des problèmes sur un thème donné*** à ***des tâches préliminaires à la résolution de problèmes*** qui visent à faire apprendre aux élèves à résoudre des problèmes.

C’est-à-dire qu’ il existerait une compétence générale de résolution de problème dont la possession rendrait le sujet capable de réussir n’importe quel problème.

Cette **croyance** est bien sûr **erronée** : résoudre un problème dépend aussi des connaissances qu’a le sujet sur les concepts mathématiques contenus dans le problème.

Apports didactiques

Cette approche [méthodologie de résolution de problèmes] a suscité de nombreux débats (...). Or des travaux, en particulier ceux de Jean Julo, ont montré que dans l'activité mathématique de résolution d'un problème numérique, il n'est pas possible de séparer le travail de compréhension de l'énoncé et celui de construction d'une stratégie de résolution : ce n'est pas « a priori » mais en faisant effectivement le problème que l'on va pouvoir trouver la ou les opérations pertinentes à utiliser.

Cela étant précisé, il va de soi que, pour résoudre des problèmes numériques à énoncé textuel, les élèves doivent mettre en œuvre leurs compétences en lecture. C'est par des allers retours entre l'énoncé et la recherche de stratégies de résolution que ces compétences vont se développer.

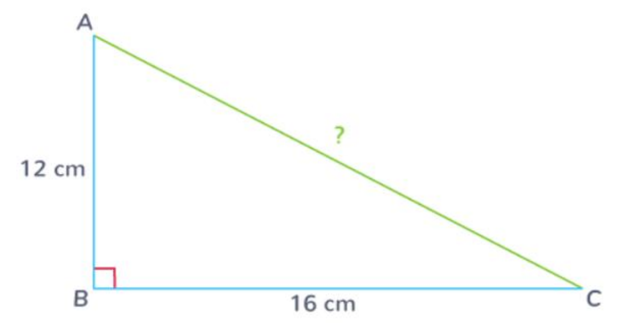
Extrait du *Livre du Professeur Euro Maths CE2* (Éditions Hatier, 2010, p. 26)

Expérimentons

Comment nous y prenons-nous pour résoudre ces problèmes ?

1) J'achète 1 paquet de gâteaux à 2€ et un autre à 3€. Combien vais-je payer?

2)



Combien mesure le segment [AC] ?

3) Dans la ferme, il y a des poules et des lapins. J'ai compté 16 têtes et 44 pattes. Combien y a-t-il de poules ? Combien y a-t-il de lapins ?

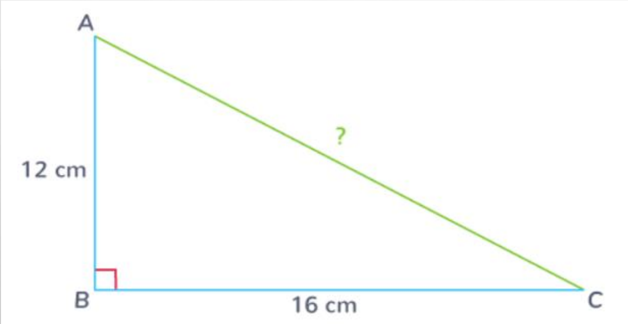
Expérimentons

Comment nous y prenons-nous pour résoudre ces problèmes ?

1) J'achète 1 paquet de gâteaux à 2€ et un autre à 3€. Combien vais-je payer?

➔ Dans le problème 1, la réponse est immédiate car nous avons tous résolu ce problème des dizaines de fois.

2)



Combien mesure le segment [AC] ?

➔Dans le problème 2, on applique un modèle mathématique. On reconnait la configuration du théorème de Pythagore.

Expérimentons

Comment nous y prenons-nous pour résoudre ces problèmes ?

3) Dans la ferme, il y a des poules et des lapins. J'ai compté 16 têtes et 44 pattes. Combien y a-t-il de poules ? Combien y a-t-il de lapins ?

➔ Dans le problème 3, soit on connait le modèle mathématique qui permet de résoudre ce problème, soit on est obligé de le résoudre par essais/erreurs.

Expérimentons

Résolution du problème:
Dans la ferme, il y a des poules et des lapins.
J'ai compté 16 têtes et 44 pattes.
Combien y a-t-il de poules ?
Combien y a-t-il de lapins ?

Variante 1: Dans la ferme, il y a des poules et des moutons. J'ai compté 91 têtes et 234 pattes. Combien y a-t-il de poules ? Combien y a-t-il de moutons ?

Variante 2: Dans le garage, il y a des vélos et des voitures. J'ai compté 8 véhicules et 22 roues. Combien y a-t-il de vélos ? Combien y a-t-il de voitures ?

Traduction du problème en modèle mathématique

Appelons X le nombre de poules
et Y le nombre de lapins

Traductions des têtes

Chaque animal a 1 tête.
J'ai 16 têtes.

Donc j'ai 16 animaux. Donc X + Y = 16

Traduction des pattes

1 poule ➔ 2 pattes
1 lapin ➔ 4 pattes

nombre de poules x2 pattes + nombre de lapins x4 pattes = le nombre de pattes totales
Donc X x 2 + Y x 4 = 44

Résolution du système de 2 équations à 2 inconnues

$$\begin{cases} X + Y = 16 \\ 2X + 4Y = 44 \end{cases} \quad \begin{cases} X = 16 - Y \\ 2(16-Y) + 4Y = 44 \end{cases} \quad \begin{cases} X = 16 - Y \\ 32 - 2Y + 4Y = 44 \end{cases} \quad \begin{cases} X = 16 - Y \\ 2Y = 44-32 \end{cases} \quad \begin{cases} X = 16 - Y \\ 2Y = 12 \end{cases} \quad \begin{cases} X = 16 - 6 = 10 \\ Y = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} X = 10 \\ Y = 6 \end{cases}$$

Traduction du résultat

Il y a 10 poules et 6 lapins

Expérimentons

Il est maintenant possible pour tous de résoudre relativement rapidement ces 2 problèmes :

4) Dans la ferme, il y a des poules et des lapins. J’ai compté 2171 têtes et 4368 pattes. Combien y a-t-il de poules ? Combien y a-t-il de lapins ?

5) Dans le garage, il y a des vélos et des tricycles. J’ai compté 16 véhicules et 38 roues. Combien y a-t-il de vélos ? Combien y a-t-il de tricycles?

Et si chaque jour, vous en résolviez un nouveau pendant 3 semaines ?

Apports didactiques

Les problèmes sont à la fois la source et la finalité des connaissances mathématiques. Ceci signifie : pour apprendre des mathématiques, il faut résoudre des problèmes ; mais pour résoudre des problèmes, il faut des connaissances mathématiques.

Sortons de ce cercle vicieux en nous intéressant aux problèmes à résoudre pour lesquels les élèves ont a priori « déjà les connaissances », c’est-à-dire aux **problèmes de réinvestissement.**

Apports didactiques

Les élèves experts sont-ils capables d’expliquer ce qu’il se passe dans leur tête lors de la résolution de problèmes ?

Ce que nous disent les chercheurs:
Certaines connaissances, seraient utilisées par les résolveurs experts de façon non consciente, elles auraient été auto-construites ou apprises « par hasard » (à l’occasion d’une remarque anodine d’un professeur,…) ; dans tous les cas, leur absence poserait problème aux élèves qui en sont démunis.

Apports didactiques

Voyons les réponses de Victor, Clémence et Marie (CM2) lors d'un questionnement général sur les problèmes effectué par Catherine Houdement :

C.H. : Comment tu sais pour un problème que c'est moins / plus / fois ?
Victor : Bah, quand j'ai la question je sais moins / plus / fois.

C.H. : Et comment tu sais tout de suite l'opération que tu peux faire ? / Qu'est-ce qui se passe quand tu sais tout de suite l'opération que tu peux faire ?
Clémence : Bah quand je lis l'énoncé ça me vient comme ça / Quand je le lis.

C.H. : Et comment tu sais que dans ce problème là il va y avoir une multiplication / ou une division.
Marie : Bah / parce que quand / bah / enfin / je sais pas trop / je lis tout / et après je vois si je dois faire une multiplication ou …/

Apports didactiques

Ces élèves perçoivent la relation entre énoncé et opération comme une évidence : tout se passe comme s'ils récupéraient en mémoire un résultat, comme un adulte qui répond automatiquement 5 pour 17 moins 12.

- Ces élèves auraient en mémoire des **schémas de problèmes*.**
- Ces schémas seraient activés par des éléments de l'énoncé.
- Ces éléments sont variables selon les connaissances des élèves.

Julo

** Attention, il ne s'agit pas de schémas graphiques, mais de schémas cognitifs : des structures cognitives qui stockées dans la mémoire à long terme, sélectionnent et traitent l'information de manière inconsciente (au sens d'automatique).*

Apports didactiques

Prenons l’exemple de la **recherche du nombre de tulipes dans un massif** à partir de ces quatre énoncés :
a) un massif de fleurs formé de 60 tulipes rouges et de 15 tulipes noires ;
b) un massif de 60 rangées, toutes de 15 tulipes ;
c) un massif de 60 fleurs, composé de tulipes et de 15 jonquilles ;
d) 60 tulipes disposées en 15 massifs tous identiques.

Pour ces 4 énoncés:
- **même contexte**
- **même structure syntaxique** (similarité de lecture-compréhension)
- **même question (combien** de tulipes dans UN massif ?)
- mettent en jeu les **mêmes nombres** (15 et 60)

➔ et pourtant ils relèvent d’opérations arithmétiques différentes.

Apports didactiques

Comment faisons-nous, experts, pour discriminer ces quatre problèmes et leur associer une opération directe adaptée ?

Il est déjà intéressant de constater l'embarras que nous avons à expliquer, après coup, nos choix.

> « **La vraie compréhension n'a pas de mémoire**. Dès que nous avons compris quelque chose, nous oublions comment nous sommes parvenus à cette compréhension ou plus exactement nous interprétons la démarche qui nous a conduits à l'état actuel de notre compréhension à la lumière de ce nouvel état.»
>
> Julo (1995, p. 86)

Apports didactiques

Un autre problème:

Charles a récolté 108 kg de châtaignes. Il les met dans trois paniers, un petit, un moyen, un grand. Les châtaignes du panier moyen pèsent le double de celles du petit panier. Les châtaignes du grand panier pèsent le double de celles du panier moyen. Après avoir rempli ces trois paniers, il lui reste quelques kg de châtaignes, exactement la moitié du poids des châtaignes du grand panier. Combien de kg de châtaignes Charles a-t-il mis dans chaque panier ? Combien de kg lui reste-il ?

La situation est simple, mais la réponse est moins rapidement trouvée que celle des massifs de fleurs. Pourtant on maitrise tous les raisonnements nécessaires, en particulier le fait de choisir une référence pour comparer les contenus des paniers et de reconstruire la situation à l'aide de cette référence.

Plusieurs techniques sont possibles : algébrique, appuyée sur des longueurs, arithmétique avec essais erreurs.

Ces exemples nous amènent déjà à différencier deux types de problèmes.
Dans un premier temps nous qualifierons les problèmes de tulipes de « **problème basique** » et le problème des châtaignes de **problème « non basique »**

Apports didactiques

- **Résoudre un problème** passe par la **construction d'une représentation** de ce problème.
- La **réussite à ce problème enrichit notre mémoire des problèmes résolus**.

La mémoire des problèmes (sous forme de **schémas de problèmes***) que nous avons rencontrés et résolus joue un rôle décisif dans la façon dont nous nous représentons un nouveau problème à résoudre.

Julo (1995)

** Attention, il ne s'agit pas de schémas graphiques, mais de schémas cognitifs : des structures cognitives qui stockées dans la mémoire à long terme, sélectionnent et traitent l'information de manière inconsciente (au sens d'automatique).*

Premières conséquences pour l'enseignement

Pour un élève confronté à un problème, il y aurait deux possibilités extrêmes :

- **soit il active dès la lecture un schéma adéquat** qu'il associe, voire adapte au problème à résoudre
- **soit**, en l'absence d'instanciation d'un tel schéma, **l'élève doit construire « de toutes pièces »** une représentation du problème.

Il devient urgent et crucial d'enrichir la mémoire des problèmes de chaque élève.

- L'élève disposerait ainsi de plus de schémas.
- Face à un nouveau problème, il serait plus à même de pointer des analogies avec quelque chose de déjà rencontré, au moins en partie.

Cet enrichissement passe nécessairement par la rencontre des élèves avec des problèmes qu'ils mènent à terme.

Premières conséquences pour l'enseignement

Préconisations de Priolet (2014): apprendre à l'élève à mettre en relation entre eux des problèmes résolus et à consigner ces relations dans un cahier.

Scénarisation de quatre principes:

- **Recherche de solutions** : consiste à laisser les élèves trouver une réponse au problème sans passer par des questions préalables perturbatrices (informations utiles, inutiles...) et à comparer des procédures.

- **Mise en réseau des connaissances** : amène l'élève à rapprocher le nouveau problème de problèmes plus anciens de la vie de la classe et déjà résolus.

- **Utilisation de représentations graphiques variées** pour travailler un problème comme des opérations, des dessins, des schémas, du texte... et de savoir passer de l'une à l'autre.

- **Catégorisation** : demande aux élèves de classer les problèmes résolus dans des boîtes-référentes qui regrouperont les problèmes relevant des mêmes raisonnements au sens de Vergnaud.

Premières conséquences pour l’enseignement

Dans tous les cas, veiller à **ne proposer des problèmes complexes** à la classe **qu’après** que les élèves ont résolu **un certain nombre de problèmes basiques du type de ceux qui constituent le problème complexe.**

Premières conséquences pour l'enseignement

Pistes pour améliorer la résolution réussie des problèmes arithmétiques:

- **Envisager les problèmes en trois types**:
  - **problèmes basiques** dont il est attendu une résolution « automatisée » ;
  - **problèmes complexes**, agrégats de problèmes basiques où la construction et la connexion des informations, nécessaires pour la résolution, est à la charge de l'élève ;
  - **problèmes atypiques** dont la résolution demande la construction d'une stratégie

Premières conséquences pour l'enseignement

Pistes pour améliorer la résolution réussie des problèmes arithmétiques:

- **Définir en équipe des problèmes de références** (problèmes basiques)

- **Enrichir la mémoire des problèmes résolus** de chaque élève, puisque la richesse de cette mémoire conditionne la réussite à de nouveaux problèmes en entraînant les élèves à résoudre de même type;

- **Comprendre ce qui se joue pour l'élève dans la résolution**, notamment cette dialectique (mentale) entre inférence automatique d'une stratégie efficace (mémoire des problèmes) et construction d'une nouvelle stratégie si le problème n'évoque rien de connu ;

- **Penser le sens d'une opération** comme la capacité à résoudre des problèmes qui relèvent du champ conceptuel associé à cette opération (structures additives versus structures multiplicatives)

Une proposition de travail en équipe

Tout n’est pas à construire !
Des outils existent déjà !

https://centre-alain-savary.ens-lyon.fr/CAS/mathematiques-en-education-prioritaire/une-demarche-pour-resoudre-des-problemes-au-cycle-2

La démarche proposée

La démarche proposée s’appuie sur 3 axes :

- **Ancrer une situation de référence** de manière explicite ;
- **Distinguer différents types de problèmes** pour pouvoir les résoudre ;
- **Intégrer une procédure de résolution** de problèmes arithmétiques basée sur le recours à un répertoire connu et un contrôle de la vraisemblance du résultat.

Une programmation proposée sur le cycle avec une progression proposée par niveau

Progression CP

Période 1	Période 2	Période 3	Période 4	Période 5
Problèmes de recherche d'un tout	Problèmes de comparaison : Recherche de la comparaison	Problèmes multiplicatifs	Problèmes de division: situation de groupement	Problèmes à deux étapes
Problèmes de comparaison (positive ou négative) : recherche du référent ou du référé	Problèmes de recherche d'une partie (Situations soustractives 1 : problèmes de composition : "dans une histoire où il n'y a pas d'action")	Problèmes de recherche d'une partie (Situation soustractive 2 : problèmes de transformation : "dans une histoire où il se passe quelque chose")	Problèmes de division: situation de partage	Produire des problèmes
				Rebrassage de tous les types de problèmes vus *OUTIL : Boites à problèmes*

Progression CE1

Période 1	Période 2	Période 3	Période 4	Période 5
Problèmes de recherche d'un tout (à une ou deux étapes)	Problèmes de comparaison : Recherche de la comparaison	Problèmes multiplicatifs	Problèmes de division: situation de groupement	Produire des problèmes
Problèmes de comparaison (positive ou négative) : recherche du référent ou du référé	Problèmes de recherche d'une partie (Situations soustractives 1 : problèmes de composition : "dans une histoire où il n'y a pas d'action")	Problèmes de recherche d'une partie (Situation soustractive 2 : problèmes de transformation : "dans une histoire où il se passe quelque chose")	Problèmes de division: situation de partage	Rebrassage de tous les types de problèmes vus *OUTIL : Boites à problèmes*

Progression CE2

P1	P2	P3	P4	P5
Problèmes de recherche d'un tout (à une ou deux étapes)	Problèmes de comparaison : Recherche de la comparaison	Problèmes multiplicatifs	Problèmes de division: situation de groupement	Produire des problèmes
Problèmes de comparaison (positive ou négative) : recherche du référent ou du référé	Problèmes de recherche d'une partie (Situations soustractives 1 : problèmes de composition : "dans une histoire où il n'y a pas d'action")	Problèmes de recherche d'une partie (Situation soustractive 2 : problèmes de transformation : "dans une histoire où il se passe quelque chose")	Problèmes de division: situation de partage	Rebrassage de tous les types de problèmes vus *OUTIL : Boites à problèmes*

Progression CP

Période 1	Période 2	Période 3	Période 4	Période 5
Problèmes de recherche d'un tout	Problèmes de comparaison : Recherche de la comparaison	Problèmes multiplicatifs	Problèmes de division: situation de groupement	Problèmes à deux étapes
Problèmes de comparaison (positive ou négative) : recherche du référent ou du référé	Problèmes de recherche d'une partie (Situations soustractives 1 : problèmes de composition : "dans une histoire où il n'y a pas d'action")	Problèmes de recherche d'une partie (Situation soustractive 2 : problèmes de transformation : "dans une histoire où il se passe quelque chose")	Problèmes de division: situation de partage	Produire des problèmes Rebrassage de tous les types de problèmes vus *OUTIL : Boites à problèmes*

Progression CE1

Période 1	Période 2	Période 3	Période 4	Période 5
Problèmes de recherche d'un tout (à une ou deux étapes)	Problèmes de comparaison : Recherche de la comparaison	Problèmes multiplicatifs	Problèmes de division: situation de groupement	Produire des problèmes
Problèmes de comparaison (positive ou négative) : recherche du référent ou du référé	Problèmes de recherche d'une partie (Situations soustractives 1 : problèmes de composition : "dans une histoire où il n'y a pas d'action")	Problèmes de recherche d'une partie (Situation soustractive 2 : problèmes de transformation : "dans une histoire où il se passe quelque chose")	Problèmes de division: situation de partage	Rebrassage de tous les types de problèmes vus *OUTIL : Boites à problèmes*

Progression CE2

P1	P2	P3	P4	P5
Problèmes de recherche d'un tout (à une ou deux étapes)	Problèmes de comparaison : Recherche de la comparaison	Problèmes multiplicatifs	Problèmes de division: situation de groupement	Produire des problèmes
Problèmes de comparaison (positive ou négative) : recherche du référent ou du référé	Problèmes de recherche d'une partie (Situations soustractives 1 : problèmes de composition : "dans une histoire où il n'y a pas d'action")	Problèmes de recherche d'une partie (Situation soustractive 2 : problèmes de transformation : "dans une histoire où il se passe quelque chose")	Problèmes de division: situation de partage	Rebrassage de tous les types de problèmes vus *OUTIL : Boites à problèmes*

Et pour chaque niveau de classe…

Rebrassage dès la période 2
Rituels : Calcul mental sur toute l'année. Rituels de problèmes proposés pour l'année : • Problèmes oraux, problèmes flash… • “Message mystère” (pour pouvoir entrer en classe, résoudre un problème) • “Est-ce un problème ? Lequel ?” (classer des énoncés de problème/ou pas, les ranger dans les “boites à problèmes”) • Catégoriser des problèmes résolus, les ranger dans les boites à problèmes.
Produire des problèmes en fin de chaque période

La progression

- **une séance de résolution de problèmes** arithmétiques minimum **par semaine**.
- **un rituel quotidien oral** (type “problèmes flash” reprenant le format des problèmes abordés)
- **des séances de résolution de problèmes ouverts**.

Objectif de cette progression :

- **construire et utiliser des répertoires de situations de problèmes basiques** afin d’amener les élèves à les résoudre à la fin du cycle 2 de façon quasi-automatique ;

- **libérer** ainsi **leur mémoire de travail**, ce qui favorisera l’entrée dans la résolution de problèmes plus complexes.

CP

Déroulement pour chaque période :

Période 1 :

- Semaine 1 : Installation du problème de référence : *problème de recherche d'un tout*
- Semaine 2 : Déclinaison du problème de référence : *problèmes de recherche d'un tout : variations*
- Semaine 3 : Installation d'un nouveau problème de référence : *problèmes de comparaison*
- Semaine 4 : Déclinaison du problème de référence : *problèmes de comparaison : variations*
- Semaine 5 : Classement et résolution de problèmes des deux types
- Semaine 6 : Rebrassage et production de problèmes

Période 2, 3, 4 :

- Semaine 1 : Installation du problème de référence (*voir tableau*)
- Semaine 2 : Déclinaison du problème de référence
- Semaine 3 : Rebrassage de tous les types de problèmes vus précédemment
- Semaine 4 : Nouveau problème de référence
- Semaine 5 : Déclinaison du problème de référence
- Semaine 6 : Rebrassage et production de problèmes

Période 5 :

Problèmes à étapes

CE1/CE2

Déroulement pour chaque période :

Période 1, 2 ,3, 4 :

- Semaine 1 : Installation du problème de référence : *voir tableau*
- Semaine 2 : Déclinaison du problème de référence : *variations*
- Semaine 3 : Rebrassage de tous les types de problèmes vus précédemment
- Semaine 4 : Nouveau problème de référence : *voir tableau*
- Semaine 5 : Déclinaison du problème de référence *: variations*
- Semaine 6 : Rebrassage et production de problèmes

Période 5 :

Problèmes à étapes

Les problèmes proposés

Types de problèmes : basés sur la typologie de Vergnaud, tout en fusionnant la recherche de l'état final et la recherche du composé dont la frontière pour des élèves de cycle 2 leur paraît parfois infime, et qui correspond mieux à la représentation qu'ils ont choisie (schéma en barre). *(choix à réfléchir en équipe)*

Chaque type de problème est décliné de la manière suivante :

- **un problème de référence**,
- **deux variations**,
- **une banque de problèmes** de contextes sémantiques différents,
- des **problèmes pour aller plus loin**
- des **photos problèmes** qui peuvent être aussi bien utilisés pour différencier que faire l'objet d'un travail sur la prise d'indices.

Cette démarche peut facilement se décliner avec d'autres types de problèmes, qui ne sont pas présents dans cette progression.

Les problèmes proposés

Formes des problèmes :

- énoncés variés,
- proches de la vie quotidienne,
- sans données superflues,
- avec une syntaxe et un contexte faciles à comprendre,
- formulation des questions réfléchie pour ne pas enfermer les élèves dans un stéréotype de syntaxe de problèmes.

Exemples :

- Problèmes sans phrase interrogative : “Je me demande combien de carambars il restera...”
- Situations soustractives : “Combien lui reste-il ?” / “Combien lui manque-t-il ?” / “Combien en a-t-il en plus ?”...

Les problèmes proposés constituent un axe de travail en résolution de problèmes. Parallèlement, il est important de permettre aux élèves de résoudre des problèmes à plusieurs étapes, ainsi que des problèmes de recherche, et ce, dès le CP.

Exemple au CP

Schéma en barre :

inconnu	
4	5

Problème de référence :
Pierre collectionne les images d'animaux. Hier, il avait 4 images.
A son anniversaire, son ami lui en donne 5.
Combien en a-t-il maintenant ?

Variations

Variation 1 :
Marie possède des images de football.
Elle avait 6 images. Elle en achète 3.
Combien a-t-elle d'images maintenant ?

Variation 2 :
Slimane a reçu 4 billes de son grand-père.
Avant, il en avait 6.
Il se demande combien il en a maintenant.

Banque de problèmes (une dizaine)

Problème 1 :
Ce matin, j'ai cueilli 4 carottes et 5 aubergines.
Combien ai-je cueilli de légumes ?

Problème 2 :
J'ai 4 jetons dans la main droite et 4 jetons dans la main gauche. Je donne tous les jetons à Arthur.
Combien Arthur aura-t-il de jetons ?

Problème 3 :
Leïla achète à la boulangerie 3 caramels le matin, et 5 fraises TAGADA l'après-midi.
Combien de bonbons a-t-elle dans son sac ?

Exemple au CP

Problèmes à étapes :

Problème 1 :
Dans la classe, il y a 13 chaises blanches, 12 chaises rouges. Il y a 29 élèves dans la classe.
Combien manque-t-il de chaises dans la classe ?

Problème 2 :
Mamie a planté des fleurs. Il y a trois rangées de 5 tulipes, une rangée de 10 jonquilles et deux rangées de
6 roses.
J'ai compté qu'il y avait 22 fleurs en tout dans le jardin de Mamie. Ai-je bien compté?

Les rituels en résolution de problèmes arithmétiques

La boite à problèmes

Il s’agit d’une boite dans laquelle on range les énoncés de problèmes du même type, au fur et à mesure que les élèves les rencontrent. Le premier problème qui y figure est le problème de référence travaillé en classe lors de la première séance.

Modalités d’utilisations possibles :

- Idéalement, ces boites sont placées en dessous des affiches de référence de la classe ;
- Ranger les problèmes résolus dans la boite correspondant au type rencontré, tout au long de l’année;
- Activité de tri d’énoncés : distribuer des énoncés. Les élèves doivent les trier pour les ranger dans les boites ;
- Création d’énoncés : les élèves créent des énoncés de problèmes arithmétiques et les placent dans la boite correspondante ;
- Résolutions libres / résolutions de problèmes de plusieurs types : lors de temps spécifiques, les élèves piochent des énoncés dans les boites et les résolvent.

Les rituels en résolution de problèmes arithmétiques

Le message mystère

Il s'agit d'un problème reçu par la classe d'une façon « originale », ce qui permet d'enrôler les élèves.

Modalités d'utilisations possibles :
- Problème accroché à la porte de la classe, découvert le matin, à l'arrivée des élèves
- Message envoyé par une autre classe de l'école, ou par une autre école
- Message écrit / projeté au tableau à l'entrée en classe
- Message reçu individuellement par les élèves, du type « courrier » (favorisant ainsi la différenciation)

Les rituels en résolution de problèmes arithmétiques

Le problème flash

Il s’agit d’un problème sans difficulté de lecture, facile à résoudre et qui permet à l’enseignant d’évaluer rapidement le niveau de l’élève en résolution de problèmes. La correction sera faite individuellement avec les élèves qui n’auraient pas résolu le problème.

Les séances de référence

Ils ont détaillé les séances 1 et 2 qui permettent d'ancrer la situation de référence (installation et déclinaison) en laissant une large place à la compréhension et à l'explicitation de l'énoncé.
Les déroulés de séance se focalisent sur les procédures de résolution et non pas sur le contexte (le problème de référence et ses variations peuvent sembler différents aux yeux des élèves alors qu'ils font appel aux mêmes procédures).

Lors des observations en classe, ils ont remarqué que les élèves n'éprouvant pas de difficultés de compréhension de l'énoncé ont besoin de résoudre tout de suite le problème, ne saisissant pas le contrat didactique proposé.
Par conséquent, pour ces élèves, il leur semble opportun de proposer d'entrer plus rapidement dans la résolution du problème, permettant ainsi à l'enseignant de poursuivre le travail d'analyse de l'énoncé avec les élèves qui en ressentiraient le besoin.

Proposition de schématisation

Conformément aux programmes, la représentation iconique est un des enjeux de l'apprentissage de la résolution de problèmes arithmétiques. Il en existe plusieurs. Ils optent pour une proposition de l'utilisation de la schématisation dite « en barre », très utilisée dans les pays anglo-saxons et en Asie, car elle s'inscrit dans la construction du nombre et permet notamment de mieux concevoir la relation entre nombre et longueur.

Pour plus de détails sur l'utilisation du schéma en barre :
https://maths-plus.blog.ac-lyon.fr/category/problemes/le-schema-en-barre/

N.B: Il existe aussi une déclinaison de notre démarche utilisant cette fois la schématisation de Vergnaud et les travaux d'Emmanuel Sander rédigée par Gil Gaune, collègue référent mathématiques de Lyon4-Caluire.
https://drive.google.com/file/d/1sQMw-N0evNcoTyOUzin65gVal4md45nz/view

Penser la différenciation

L'activité de résolution de problèmes mobilise chez l'élève plusieurs tâches.
Ainsi, lorsque l'élève résout un problème, il doit effectuer les tâches suivantes :

- s'approprier le problème,
- choisir ou élaborer une procédure adaptée,
- exécuter la procédure choisie,
- contrôler le résultat,
- communiquer la réponse.

Ces tâches ne sont pas forcément accomplies de façon successive : Jean Julo a montré qu'elles s'opéraient de manière simultanée.
Aider l'élève dans sa résolution, c'est lui alléger certaines de ces tâches et renforcer ces acquisitions dans l'exécution de ces tâches.

Comment venir en aide aux enfants en difficultés?

Pendant la résolution du problème, l'élève doit gérer plusieurs tâches en même temps, chaque tâche pouvant constituer un obstacle à la résolution. Voici une proposition qui peut être déclinable sur d'autres problèmes.

Un exemple
Un bus part du parc à destination du cinéma.
En route, il fait un arrêt devant l'école et un arrêt à la bibliothèque.
Au parc, 27 personnes montent.
A l'arrêt de l'école, 18 personnes descendent. A la bibliothèque, 8 personnes montent.
Combien de personnes le bus transporte-t-il en arrivant au cinéma ?

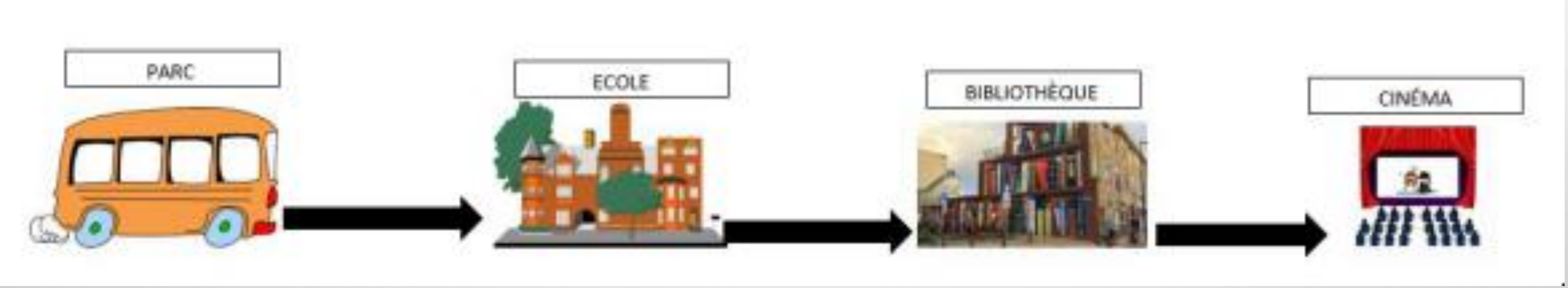
1. **La représentation problème**

➔ **L'aider à se représenter la situation** : Situation telle que l'élève l'interprète : informations retenues, but à atteindre.
➔ **L'aider à se représenter la tâche** : Comprendre (mots, informations, contexte, que doit-on chercher ?) : énoncés, consignes, prise d'information/lire c'est comprendre.

Leviers

Reformulation orale (par la classe, par lui-même, par l'enseignant) ou écrite (enseignant, en amont).

- Redire le trajet sans les données.
- Paraphrase « un bus part du parc et va au cinéma » avec des phrases courtes. Il s'arrête 1 fois à l'école. Il s'arrête une deuxième fois à la bibliothèque.
- Introduire les données numériques dès le début : « Un bus avec 27 personnes part du parc. Il va au cinéma ».
- S'appuyer sur une image, un dessin, du matériel



- Interroger sur ce qu'il est important de savoir.
- Faire reformuler ce que l'on cherche. S'autoriser à dire la question au début de l'énoncé.
- Faire la projection d'un résultat : est-ce qu'il y aura plus de personnes, moins de personnes ?
- Proposer plusieurs opérations impliquant les nombres du problème et demander de choisir la bonne pour faire le lien entre une situation d'ajouts et l'écriture symbolique mathématique correspondante.

2. Choisir ou élaborer une procédure adaptée

➔ **Planifier (que dois-je faire en premier ? Comment le faire ? Ensuite ?)**
➔ **Appliquer la procédure**

Leviers
- Rappel des procédures existantes, recours à des aide-mémoire, des affichages.
- Rappel des catégories de problèmes déjà connues pour favoriser les analogies.
- Proposition d'un schéma déjà prérempli pour le lancement dans la procédure mathématique.

35	
27	8

27	8
18	inconnu

35	
inconnu	18

3. Exécuter la procédure choisie

➔**Faire (quel plan je mets à exécution ?)**

Leviers

- Autoriser la calculatrice.

- Proposer différents résultats à choisir : Entoure la bonne réponse :
  38 43 17

- Donner le résultat pour mettre en confiance avec l'idée d'exécuter une procédure.
  Le résultat est 17

- Choisir des nombres « sympathiques » (calcul mental, en ligne) pour favoriser la représentation du nombre. Ici, c'est déjà le cas avec 18 et 8.

4. Contrôler le résultat

➔Vérifier (qu'a-t-on fait ? Quelle opération ? Est-ce que la réponse a du sens ?)
➔ Apprécier la vraisemblance du résultat

Leviers
- Avoir dans son protocole de résolution de problème une étape je vérifie.
- Travailler sur la symétrie des opérations. (Contrôle syntaxique)

27 + 8 = 35   35 – 8 = 27   35 – 18 = 17   17 + 18 = 35

- Demander d'expliquer pourquoi le résultat ne pourrait pas être 100 par exemple. (Contrôle sémantique)
- Faire écrire, je pense que mon résultat est possible/vraisemblable ou demander si 17 passagers est vraisemblable. (Contrôle pragmatique)

5. Communiquer la réponse

N.B : cela peut faire l’objet de séance à part : comment communiquer un résultat?

➔ **Rédiger la solution : écrit qui présente les étapes de la résolution notamment si ce sont des problèmes à étapes**

Leviers

- Proposer systématiquement un endroit où formuler sa réponse avec un rappel de la question ou de ce que l’on cherchait.

Qu’est-ce que l’on cherchait ? On cherchait le nombre de personnes que le bus transporte en arrivant au cinéma.

- Proposer différentes réponses possibles et justifier son choix
  - Le bus transporte en tout 17 personnes
  - Le bus transporte 17 personnes en arrivant au cinéma
  - Il y a 17 personnes qui vont au cinéma
- Avoir un cahier de réponses à des problèmes pour s’aider dans la formulation à l’écrit. Avec le problème et 2 colonnes « ce que je cherchais », « ce que j’ai répondu ».
- Être bienveillant sur l’orthographe lors de la rédaction

Merci pour votre attention.